10 класс, ВАРИАНТ 11

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < b < a$). Больший корень уравнения $ax^2 - 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

   Ответ: 1.

   Решение. Из свойств арифметической прогрессии имеем: $b = (a+c)/2$. Тогда четвёртый член прогрессии:
$$a_4 = \frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a} = \frac{\frac{a+c}{2}+\frac{a-c}{2}}{a} = 1.$$

2. [3 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x - \sqrt[3]{y^2-x^2} = 17, \\ y - \sqrt[3]{y^2-x^2} = -10. \end{cases}$$

   Ответ: $(14; -13)$.

   Решение. Складывая и вычитая уравнения, получаем систему
$$\begin{cases} (x+y) + 2\sqrt[3]{(x-y)(x+y)} = 7, \\ x-y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y) + 2\sqrt[3]{(3^3)(x+y)} = 7, \\ x-y = 3^3, \end{cases}$$
   равносильную исходной. Пусть $\sqrt[3]{x+y} = t$. Тогда первое уравнение новой системы принимает вид $t^3+6t-7 = 0$. Заметим, что функция $f(t) = t^3+6t-7$ является строго возрастающей на всей числовой оси, а $f(1) = 0$. Следовательно, $t = 1$ является единственным решением уравнения, а значит, $x+y = 1$. В итоге получаем
$$\begin{cases} x+y = 1, \\ x-y = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14, \\ y = -13. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12345.

   Ответ: 18.

   Решение. Пусть искомое число есть $\overline{abcdef}$ $(a \neq 0)$. Определим, какой может быть максимальная степень десятки, на которую происходит деление. Возможны несколько случаев.

   - если максимальная степень десятки 4 или меньше, то сумма остатков меньше $10^4+10^3+10^2$, что меньше 12345;
   - если максимальная степень десятки 6 или больше, то сумма остатков не меньше $a \cdot 10^5$, что больше 12345;
   - максимальная степень десятки равна 5. Этот случай возможен.

   Пусть максимальная степень десятки равна 5. Тогда остатки от деления на 10^5, 10^4, 10^3 равны соответственно $\overline{bcdef}$, $\overline{cdef}$, $\overline{def}$. И сумма остатков есть $b \cdot 10^4 + 2c \cdot 10^3 + 3S$, где $S = \overline{def}, 0 \leqslant S < 1000$.

   Решим уравнение $b \cdot 10^4 + 2c \cdot 10^3 + 3S = 12345$. Так как $12345 < 2 \cdot 10^4$, то либо $b = 0$, либо $b = 1$. Если $b = 0$, то $2c \cdot 10^3 + 3S = 12345$. $2c \cdot 10^3 = 12345 - 3S = 3(4115 - S)$. Поэтому $2c$ делится на

3. При этом $9 < 2c \leqslant 12$, так как $0 \leqslant S < 1000$. Поэтому $c = 6$, откуда $S = 115$. То есть число имеет вид $\overline{a06115}$. Таких чисел 9.

Если $b = 1$, то $2c \cdot 10^3 + 3S = 2345$. $2c \cdot 10^3 = 2345 - 3S$. Поэтому либо $c = 0$, либо $c = 1$. Если $c = 0$, то $3 \cdot S = 2345$, что невозможно. Если $c = 1$, то $3 \cdot S = 345$, откуда $S = 115$. То есть число имеет вид $\overline{a11115}$. Таких чисел 9.

Значит, искомое количество шестизначных чисел есть $9 + 9 = 18$.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN = 6$, $AN = 12$, а $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{4}{5}$.

а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

б) Найдите площадь треугольника ENA.

Ответ: $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{5}{4}$, $S_{\triangle AEN} = 135$.

Решение. Обозначим точку пересечения отрезков DE и BC через T. Треугольники CTN и ADN подобны по двум углам, следовательно, $CT : AD = CN : AN = 1 : 2$. Значит, $CT = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$, т.е. точка T – середина BC. Но тогда треугольники CTD и BTE равны по стороне $(CT = BT)$ и двум прилежащим углам, откуда $BE = CD$. Отсюда следует, что $BDCE$ – параллелограмм (противоположные стороны BE и CD равны и параллельны), поэтому $\angle(BD, AC) = \angle(CE, AC) = 90^\circ$. Значит, диагонали параллелограмма $ABCD$ взаимно перпендикулярны, и он является ромбом. Как известно, у ромба диагонали являются биссектрисами углов, поэтому $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ADC$, следовательно, $\operatorname{tg}\angle BAC = \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle ADC\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{5}{4}$.

Треугольник ACE прямоугольный, из него находим, что $CE = AC\operatorname{tg}\angle BAC = 18 \cdot \frac{5}{4} = \frac{45}{2}$, площадь треугольника ACE равна $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot \frac{45}{2} = \frac{405}{2}$. У треугольников ACE и AEN общая высота, проведённая из вершины E, поэтому их площади относятся как основания, откуда $S_{\triangle AEN} = S_{\triangle ACE} \cdot \frac{AN}{AC} = \frac{405}{2} \cdot \frac{12}{18} = 135$.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB = 3\sqrt{3}$, $BM = \sqrt{6}$.

Ответ: $\angle ACB = 90^\circ$, $R = \frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$, $S_{ANKM} = \frac{441}{11\sqrt{2}}$.

Решение. Обозначим $\angle BAC = 2\alpha$. Тогда смежный с ним угол равен $180^\circ - 2\alpha$, а далее имеем $\angle NAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - \alpha$, $\angle CAM = \alpha$, $\angle MAN = 90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$. Так как окружность описана около прямоугольного треугольника AMN, его гипотенуза MN является диаметром, а середина гипотенузы P – центром окружности. Ввиду того, что BA касается окружности в точке A, $\angle BAP = 90^\circ$, откуда $\angle CAP = 90^\circ - 2\alpha$. Так как медиана AP равна половине гипотенузы MN, треугольник AMP равнобедренный $(AP = MP)$, а значит, $\angle AMP = \angle MAP = \alpha + 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \alpha$, поэтому $\angle ACM = 180^\circ - \angle CAM - \angle CMA = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$.

По теореме о касательной и секущей $BA^2 = BM \cdot BN$, следовательно, $BN = \frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $MN = BN - BM = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, радиус окружности R равен $\frac{MN}{2} = \frac{7\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. Отрезок AC – высота прямоугольного треугольника ABP. Выражая его площадь двумя способами, имеем $AC \cdot BP = AB \cdot AP$, поэтому $AC = \frac{21\sqrt{3}}{11}$. Поскольку диаметр, перпендикулярный хорде, делит её пополам, точка C – середина AK. Отсюда $S_{ANKM} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot AK = MN \cdot AC = \frac{441}{11\sqrt{2}}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них чётны, но не делятся на 3, остальные же делятся на 3 и при этом нечётны. Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно чётное и хотя бы одно кратное 3, можно 25 способами. Сколько было выписано чисел?

Ответ: 7.

Решение. Пусть на доску выписали M чисел первого вида (чётные и не делящиеся на 3) и N чисел второго вида (нечётные и делящиеся на 3). При составлении тройки чисел мы должны взять хотя бы по одному числу каждого вида, поэтому есть две возможности: два числа первого вида и одно число второго вида или наоборот два числа второго вида и одно число первого. Количество способов осуществить такой выбор равно $C_M^2 \cdot C_N^1 + C_N^2 \cdot C_M^1$. По условию имеем уравнение $\frac{M(M-1)}{2} \cdot N + \frac{N(N-1)}{2} \cdot M = 25$, откуда $MN(M+N-2) = 50$. Так как числа M и N – натуральные, они являются делителями числа 50. При подсчёте общего количества чисел без ограничения общности можно считать, что $M \geqslant N$ (действительно, если некая пара $(M_0; N_0)$ удовлетворяет полученному выше равенству, то в силу симметрии и пара $(N_0; M_0)$ ему удовлетворяет. Но для обеих этих пар общее количество чисел на доске одинаково и равно $M_0 + N_0$).

С учётом приведённого выше замечания выписываем все возможные пары чисел $(M; N)$, и исходя из уравнения находим соответствующее значение множителя $M + N - 2$ (оно равно $\frac{50}{MN}$).

M	N	$M+N-2$
50	1	1
25	2	1
25	1	2
10	5	1
10	1	5
5	5	2
5	2	5
5	1	10
2	1	25
1	1	50

Несложно видеть, что единственный возможный случай – это $M = 5$, $N = 2$. Но тогда всего на доске выписано $M + N = 7$ чисел.

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$-\frac{10x+10}{5x+6} \leqslant ax+b \leqslant 5x+2+|10x+6|$$

выполнено для всех x на промежутке $\left[-1; -\frac{2}{5}\right]$.

Ответ: $a = -\frac{5}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$.

Решение. Рассмотрим первое неравенство. Обозначим $h(x) = -\frac{10x+10}{5x+6}$. График – гипербола. На концах данного в условии промежутка имеем $h(-1) = 0$, $h\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{3}{2}$. Так как неравенство должно выполняться на всём промежутке, то точки $M(-1; 0)$ и $N\left(-\frac{2}{5}; -\frac{3}{2}\right)$ могут располагаться на прямой $y = ax + b$ или ниже неё. Отсюда самое “низкое” расположение этой прямой (на указанном промежутке) есть прямая MN (из графика видно, что на рассматриваемом промежутке гипербола лежит ниже отрезка MN). Составляя её уравнение по двум точкам, имеем $y = -\frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$ (назовём эту прямую ℓ).

График правой части неравенства – “уголок” $g(x) = 5x + 2 + |10x + 6|$ с вершиной в точке $P\left(-\frac{3}{5}; -1\right)$ и ветвями, направленными вверх. Заметим, что точка P лежит на прямой ℓ, поэтому любая прямая, расположенная выше ℓ, пересекает график $y = g(x)$ на рассматриваемом промежутке, и правая часть неравенства выполняется не при всех x.

Итак, ℓ – единственная возможная прямая, удовлетворяющая условию; следовательно, $a = -\frac{5}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$.

10 класс, ВАРИАНТ 12

1. [2 балла] Числа a, b, c – соответственно первый, второй и третий члены некоторой арифметической прогрессии (при этом a, b, c не заданы, но известно, что $c < b < a$). Меньший корень уравнения $ax^2 + 2bx + c = 0$ является четвёртым членом этой прогрессии. Найдите его.

   Ответ: -1.

   Решение. Из свойств арифметической прогрессии имеем: $b = (a+c)/2$. Тогда четвёртый член прогрессии:
$$a_4 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - ac}}{a} = \frac{-\frac{a+c}{2} - \frac{a-c}{2}}{a} = -1.$$

2. [3 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = 57, \\ y + \sqrt[3]{x^2 - y^2} = -68. \end{cases}$$

   Ответ: $(62; -63)$.

   Решение. Складывая и вычитая уравнения, получаем систему
$$\begin{cases} (x+y) + 2\sqrt[3]{(x-y)(x+y)} = -11, \\ x - y = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y) + 2\sqrt[3]{(5^3)(x+y)} = -11, \\ x - y = 5^3, \end{cases}$$
равносильную исходной. Пусть $\sqrt[3]{x+y} = t$. Тогда первое уравнение новой системы принимает вид $t^3 + 10t + 11 = 0$. Заметим, что функция $f(t) = t^3 + 10t + 11$ является строго возрастающей на всей числовой оси, а $f(-1) = 0$. Следовательно, $t = -1$ является единственным решением уравнения, а значит, $x + y = -1$. В итоге получаем
$$\begin{cases} x + y = -1, \\ x - y = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 62, \\ y = -63. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите количество шестизначных чисел, обладающих следующим свойством: сумма остатков от деления числа на некоторые три последовательные степени числа десять равна 12468.

   Ответ: 18.

   Решение. Пусть искомое число есть $\overline{abcdef}$ $(a \neq 0)$. Определим, какой может быть максимальная степень десятки, на которую происходит деление. Возможны несколько случаев:

   - если максимальная степень десятки 4 или меньше, то сумма остатков меньше $10^4+10^3+10^2$, что меньше 12468;
   - если максимальная степень десятки 6 или больше, то сумма остатков не меньше $a \cdot 10^5$, что больше 12468;
   - максимальная степень десятки равна 5. Этот случай возможен.

   Пусть максимальная степень десятки равна 5. Тогда остатки от деления на 10^5, 10^4, 10^3 равны соответственно $\overline{bcdef}$, $\overline{cdef}$, $\overline{def}$. И сумма остатков есть $b \cdot 10^4 + 2c \cdot 10^3 + 3S$, где $S = \overline{def}, 0 \leqslant S < 1000$.

   Рассмотрим уравнение $b \cdot 10^4 + 2c \cdot 10^3 + 3S = 12468$. Так как $12468 < 2 \cdot 10^4$, то либо $b = 0$, либо $b = 1$. Если $b = 0$, то $2c \cdot 10^3 + 3S = 12468$. $2c \cdot 10^3 = 12468 - 3S = 3(4156 - S)$. Поэтому $2c$

делится на 3. При этом $9 < 2c \leqslant 12$, так как $0 \leqslant S < 1000$. Поэтому $c = 6$, откуда $S = 156$. То есть число имеет вид $\overline{a06156}$. Таких чисел 9.

Если $b = 1$, то $2c \cdot 10^3 + 3S = 2468$. $2c \cdot 10^3 = 2468 - 3S$. Поэтому либо $c = 0$, либо $c = 1$. Если $c = 0$, то $3 \cdot S = 2468$, что невозможно. Если $c = 1$, то $3 \cdot S = 468$, откуда $S = 156$. То есть число имеет вид $\overline{a11156}$. Таких чисел 9.

Значит, искомое количество шестизначных чисел есть $9 + 9 = 18$.

4. [5 баллов] Четырёхугольник $ABCD$ – параллелограмм с тупым углом C. Пусть E – точка пересечения прямой AB с перпендикуляром к AC, проходящим через C, а прямая ED пересекает диагональ AC в точке N. Известно, что $CN = 4$, $AN = 8$, $\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{2}{5}$.

   а) Найдите $\operatorname{tg}\angle BAC$.

   б) Найдите площадь треугольника ENA.

   Ответ: $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{5}{2}$, $S_{\triangle AEN} = 120$.

   Решение. Обозначим точку пересечения отрезков DE и BC через T. Треугольники CTN и ADN подобны по двум углам, следовательно, $CT : AD = CN : AN = 1 : 2$. Значит, $CT = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC$, т.е. точка T – середина BC. Но тогда треугольники CTD и BTE равны по стороне ($CT = BT$) и двум прилежащим углам, откуда $BE = CD$. Отсюда следует, что $BDCE$ – параллелограмм (противоположные стороны BE и CD равны и параллельны), поэтому $\angle(BD, AC) = \angle(CE, AC) = 90^\circ$. Значит, диагонали параллелограмма $ABCD$ взаимно перпендикулярны, и он является ромбом. Как известно, у ромба диагонали являются биссектрисами углов, поэтому $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BAD = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle ADC$, следовательно, $\operatorname{tg}\angle BAC = \operatorname{tg}\left(90^\circ - \frac{1}{2}\angle ADC\right) = \operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2}\angle ADC\right) = \frac{5}{2}$.

   Треугольник ACE прямоугольный, из него находим, что $CE = AC\operatorname{tg}\angle BAC = 12 \cdot \frac{5}{2} = 30$, площадь треугольника ACE равна $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot CE = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 30 = 180$. У треугольников ACE и AEN общая высота, проведённая из вершины E, поэтому их площади относятся как основания, откуда $S_{\triangle AEN} = S_{\triangle ACE} \cdot \frac{AN}{AC} = 180 \cdot \frac{8}{12} = 120$.

5. [5 баллов] Биссектрисы внутреннего и внешнего угла A треугольника ABC пересекают прямую BC в точках M и N соответственно. Окружность, описанная вокруг треугольника AMN, касается стороны AB в точке A. Прямая AC повторно пересекает окружность в точке K. Найдите радиус окружности, угол ACB и площадь четырехугольника $ANKM$, если известно, что $AB = \sqrt{10}$, $BM = \sqrt{2}$.

   Ответ: $\angle ACB = 90^\circ$, $R = 2\sqrt{2}$, $S_{ANKM} = \frac{16\sqrt{5}}{3}$.

   Решение. Обозначим $\angle BAC = 2\alpha$. Тогда смежный с ним угол равен $180^\circ - 2\alpha$, а далее имеем $\angle NAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - \alpha$, $\angle CAM = \alpha$, $\angle MAN = 90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$. Так как окружность описана около прямоугольного треугольника AMN, его гипотенуза MN является диаметром, а середина гипотенузы P – центром окружности. Ввиду того, что BA касается окружности в точке A, $\angle BAP = 90^\circ$, откуда $\angle CAP = 90^\circ - 2\alpha$. Так как медиана AP равна половине гипотенузы MN, треугольник AMP равнобедренный ($AP = MP$), а значит, $\angle AMP = \angle MAP = \alpha + 90^\circ - 2\alpha = 90^\circ - \alpha$, поэтому $\angle ACM = 180^\circ - \angle CAM - \angle CMA = 180^\circ - \alpha - (90^\circ - \alpha) = 90^\circ$.

   По теореме о касательной и секущей $BA^2 = BM \cdot BN$, следовательно, $BN = 5\sqrt{2}$, $MN = BN - BM = 4\sqrt{2}$, радиус окружности R равен $\frac{MN}{2} = 2\sqrt{2}$. Отрезок AC – высота прямоугольного треугольника ABP. Выражая его площадь двумя способами, имеем $AC \cdot BP = AB \cdot AP$, поэтому $AC = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Поскольку диаметр, перпендикулярный хорде, делит её пополам, точка C – середина AK. Отсюда $S_{ANKM} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot AK = MN \cdot AC = \frac{16\sqrt{5}}{3}$.

6. [5 баллов] На доску выписаны попарно различные натуральные числа: часть из них делятся на 5, но не делятся на 7, остальные же наоборот делятся на 7 и при этом не делятся на 5.

Оказалось, что выбрать тройку чисел из выписанных на доску так, чтобы среди них оказалось хотя бы одно кратное 5 и хотя бы одно кратное 7, можно 49 способами. Сколько было выписано чисел?

Ответ: 9.

Решение. Пусть на доску выписали M чисел первого вида (делящиеся на 5 и не делящиеся на 7) и N чисел второго вида (делящиеся на 7 и не делящиеся на 5). При составлении тройки чисел мы должны взять хотя бы по одному числу каждого вида, поэтому есть две возможности: два числа первого вида и одно число второго вида или наоборот два числа второго вида и одно число первого. Количество способов осуществить такой выбор равно $C_M^2 \cdot C_N^1 + C_N^2 \cdot C_M^1$. По условию имеем уравнение $\frac{M(M-1)}{2} \cdot N + \frac{N(N-1)}{2} \cdot M = 49$, откуда $MN(M+N-2) = 98$. Так как числа M и N – натуральные, они являются делителями числа 50. При подсчёте общего количества чисел без ограничения общности можно считать, что $M \geqslant N$ (действительно, если некая пара $(M_0; N_0)$ удовлетворяет полученному выше равенству, то в силу симметрии и пара $(N_0; M_0)$ ему удовлетворяет. Но для обеих этих пар общее количество чисел на доске одинаково и равно $M_0 + N_0$).

С учётом приведённого выше замечания выписываем все возможные пары чисел $(M; N)$, и исходя из уравнения находим соответствующее значение множителя $M + N - 2$ (оно равно $\frac{98}{MN}$).

M	N	$M+N-2$
98	1	1
49	2	1
49	1	2
14	7	1
14	1	7
7	7	2
7	2	7
7	1	14
2	1	49
1	1	98

Несложно видеть, что единственный возможный случай – это $M = 7$, $N = 2$. Но тогда всего на доске выписано $M + N = 9$ чисел.

7. [5 баллов] Найдите все пары чисел $(a; b)$ такие, что неравенство

$$4 - 3x - |6x - 2| \leqslant ax + b \leqslant \frac{17 + 15x}{5 + 3x}$$

выполнено для всех x на промежутке $[-1; 1]$.

Ответ: $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{5}{2}$.

Решение. Рассмотрим второе неравенство. Обозначим $h(x) = \frac{17+15x}{5+3x}$. График – парабола с ветвями вверх. На концах данного в условии промежутка имеем $h(-1) = 1$, $h(4) = 4$. Так как неравенство должно выполняться на всём промежутке, то точки $M(-1; 1)$ и $N(1; 4)$ могут располагаться на прямой $y = ax + b$ или выше неё. Отсюда самое “высокое” расположение этой прямой (на указанном промежутке) есть прямая MN (из графика видно, что на рассматриваемом промежутке гипербола лежит выше отрезка MN). Составляя её уравнение по двум точкам, имеем $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ (назовём эту прямую ℓ).

График левой части неравенства – “уголок” $g(x) = 4 - 3x - |6x - 2|$ с вершиной в точке $P\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ и ветвями, направленными вниз. Заметим, что точка P лежит на прямой ℓ, поэтому любая прямая, расположенная ниже ℓ, пересекает график $y = g(x)$ на рассматриваемом промежутке, и левая часть неравенства выполняется не при всех x.

Итак, ℓ – единственная возможная прямая, удовлетворяющая условию; следовательно, $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$.

